



- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Este examen consta de 8 ejercicios distribuidos en 2 bloques (A y B) de 4 ejercicios cada uno.
 - c) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2.5 puntos.
 - d) Se realizarán únicamente cuatro ejercicios, independientemente del bloque al que pertenezcan. En caso de responder a más de cuatro ejercicios, se corregirán únicamente los cuatro que aparezcan físicamente en primer lugar.
 - e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
 - f) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0.25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

BLOQUE A

EJERCICIO 1 (2.5 puntos)

Sabiendo que $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x+1}{\ln(x+1)} - \frac{a}{x} \right)$ es finito, calcula a y el valor del límite (\ln denota la función logaritmo neperiano).

EJERCICIO 2 (2.5 puntos)

Sea f la función definida por $f(x) = \frac{ax^2 + b}{a - x}$ (para $x \neq a$).

- a) Halla a y b sabiendo que la gráfica de f pasa por el punto $(2, 3)$ y tiene una asíntota oblicua cuya pendiente vale -4 . (1.25 puntos)
- b) Para $a = 2$ y $b = 3$, calcula las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$. (1.25 puntos)

EJERCICIO 3 (2.5 puntos)

Considera la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2 + |x - 1|$.

- a) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f . (1.25 puntos)
- b) Calcula $\int_0^2 f(x) dx$. (1.25 puntos)

EJERCICIO 4 (2.5 puntos)

Considera la función $f: [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = xe^x$.

- a) Esboza el recinto limitado por la gráfica de f y las rectas $x = 2$, $y = x$. (1 punto)
- b) Determina el área del recinto anterior. (1.5 puntos)



BLOQUE B

EJERCICIO 5 (2.5 puntos)

Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} m & m & m \\ m & m+1 & m \\ m & m & m+2 \end{pmatrix}$.

- a) ¿Para qué valores de m existe la inversa de la matriz A ? Razona la respuesta. **(1.5 puntos)**
- b) Para $m = 1$, halla $\left(\frac{1}{2}A\right)^{-1}$. **(1 punto)**

EJERCICIO 6 (2.5 puntos)

En una cafetería, tres cafés, una tostada y dos zumos de naranja cuestan 7.50 €. Cuatro cafés, una tostada y un zumo de naranja cuestan 7.20 €.

- a) Calcula, de forma razonada, el precio total de dos cafés, una tostada y tres zumos de naranja. **(1.5 puntos)**
- b) ¿El precio de un zumo de naranja podría ser de 2 €? Razona la respuesta. **(1 punto)**

EJERCICIO 7 (2.5 puntos)

Considera el punto $P(1, 0, 1)$ y el plano $\pi \equiv x - y + z + 1 = 0$.

- a) Halla el simétrico del punto P respecto al plano π . **(1.25 puntos)**
- b) Halla la distancia del punto P al plano π . **(1.25 puntos)**

EJERCICIO 8 (2.5 puntos)

Considera las rectas

$$r \equiv \frac{x-2}{-2} = y-1 = \frac{z}{-2} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x+2y=3 \\ 2y+z=2 \end{cases}$$

- a) Estudia la posición relativa de r y s . **(1.25 puntos)**
- b) Calcula, si es posible, el plano que contiene a r y a s . **(1.25 puntos)**