



- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
  - b) Este examen consta de 8 ejercicios distribuidos en 2 bloques (A y B) de 4 ejercicios cada uno.
  - c) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2.5 puntos.
  - d) Se realizarán únicamente cuatro ejercicios, independientemente del bloque al que pertenezcan. En caso de responder a más de cuatro ejercicios, se corregirán únicamente los cuatro que aparezcan físicamente en primer lugar.
  - e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
  - f) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0.25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

BLOQUE A

**EJERCICIO 1 (2.5 puntos)**

Sabiendo que  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x+1}{\ln(x+1)} - \frac{a}{x} \right)$  es finito, calcula  $a$  y el valor del límite ( $\ln$  denota la función logaritmo neperiano).

**EJERCICIO 2 (2.5 puntos)**

Sea  $f$  la función definida por  $f(x) = \frac{ax^2 + b}{a - x}$  (para  $x \neq a$ ).

- a) Halla  $a$  y  $b$  sabiendo que la gráfica de  $f$  pasa por el punto  $(2, 3)$  y tiene una asíntota oblicua cuya pendiente vale  $-4$ . **(1.25 puntos)**
- b) Para  $a = 2$  y  $b = 3$ , calcula las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 1$ . **(1.25 puntos)**

**EJERCICIO 3 (2.5 puntos)**

Considera la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = x^2 + |x - 1|$ .

- a) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de  $f$ . **(1.25 puntos)**
- b) Calcula  $\int_0^2 f(x) dx$ . **(1.25 puntos)**

**EJERCICIO 4 (2.5 puntos)**

Considera la función  $f: [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = xe^x$ .

- a) Esboza el recinto limitado por la gráfica de  $f$  y las rectas  $x = 2$ ,  $y = x$ . **(1 punto)**
- b) Determina el área del recinto anterior. **(1.5 puntos)**



BLOQUE B

**EJERCICIO 5 (2.5 puntos)**

Considera la matriz  $A = \begin{pmatrix} m & m & m \\ m & m+1 & m \\ m & m & m+2 \end{pmatrix}$ .

- a) ¿Para qué valores de  $m$  existe la inversa de la matriz  $A$ ? Razona la respuesta. **(1.5 puntos)**
- b) Para  $m = 1$ , halla  $\left(\frac{1}{2}A\right)^{-1}$ . **(1 punto)**

**EJERCICIO 6 (2.5 puntos)**

En una cafetería, tres cafés, una tostada y dos zumos de naranja cuestan 7.50 €. Cuatro cafés, una tostada y un zumo de naranja cuestan 7.20 €.

- a) Calcula, de forma razonada, el precio total de dos cafés, una tostada y tres zumos de naranja. **(1.5 puntos)**
- b) ¿El precio de un zumo de naranja podría ser de 2 €? Razona la respuesta. **(1 punto)**

**EJERCICIO 7 (2.5 puntos)**

Considera el punto  $P(1, 0, 1)$  y el plano  $\pi \equiv x - y + z + 1 = 0$ .

- a) Halla el simétrico del punto  $P$  respecto al plano  $\pi$ . **(1.25 puntos)**
- b) Halla la distancia del punto  $P$  al plano  $\pi$ . **(1.25 puntos)**

**EJERCICIO 8 (2.5 puntos)**

Considera las rectas

$$r \equiv \frac{x-2}{-2} = y-1 = \frac{z}{-2} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x+2y=3 \\ 2y+z=2 \end{cases}$$

- a) Estudia la posición relativa de  $r$  y  $s$ . **(1.25 puntos)**
- b) Calcula, si es posible, el plano que contiene a  $r$  y a  $s$ . **(1.25 puntos)**